

Ejercicios del tema de Integración
Cálculo Diferencial e Integral II

1. Demostrar el Teorema 1. (Fórmula de Integración por Partes).

Si f' y g' son continuas, entonces $\int_a^b f(x)g'(x) dx = f(x)g(x)\Big|_a^b - \int_a^b f'(x)g(x) dx$

2. Demostrar el Teorema 2. (Fórmula de Sustitución).

Si f' y g' son continuas, entonces $\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u) du$

3. Las siguientes integrales requieren simples sustituciones. Justificar cada paso.

a) $\int e^x \text{sen}(e^x) dx$	b) $\int x e^{-x^2} dx$	c) $\int \frac{\log(x)}{x} dx$
d) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 2e^x + 1}$	e) $\int e^{e^x} e^x dx$	f) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx$
g) $\int \frac{e^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}$	h) $\int x \sqrt{1-x^2} dx$	i) $\int \log(\cos(x)) \tan(x) dx$
j) $\int \frac{\log(\log(x))}{x \log(x)} dx$	k) $\int \frac{1+e^x}{1-e^x} dx$	l) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} dx$

4. Resolver las siguientes integrales, usando integración por partes. Justificar cada paso.

a) $\int x^3 e^{x^2} dx$	b) $\int e^{ax} \text{sen}(bx) dx$	c) $\int x^2 \text{sen}(x) dx$
d) $\int (\log(x))^3 dx$	e) $\int \frac{\log(\log(x))}{x} dx$	f) $\int \sec^3(x) dx$
g) $\int \cos(\log(x)) dx$	h) $\int \sqrt{x} \log(x) dx$	i) $\int x (\log(x))^2 dx$

5. Las siguientes integraciones pueden hacerse mediante sustituciones de la forma $x = \text{sen}(u)$, $x = \cos(u)$, etc. Para hacer algunas de éstas será necesario recordar que

$$\int \sec x dx = \log(\sec x + \tan x)$$

Así como la siguiente fórmula: $\int \csc x dx = -\log(\csc x + \cot x)$

Las fórmulas de las derivadas de todas las funciones trigonométricas deben tenerse a la mano.

Justificar cada paso.

a) $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$	b) $\int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$	c) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-1}} dx$
d) $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx$	e) $\int \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}} dx$	f) $\int \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx$
g) $\int x^3 \sqrt{1-x^2} dx$	h) $\int \sqrt{1-x^2} dx$	i) $\int \sqrt{1+x^2} dx$

6. Resolver las siguientes integrales por fracciones parciales:

a) $\int \frac{2x^2 + 7x - 1}{x^3 + x^2 - x - 1} dx$	b) $\int \frac{2x + 1}{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} dx$
c) $\int \frac{x^3 + 7x^2 - 5x + 5}{(x-1)^2(x+1)^3} dx$	d) $\int \frac{2x^2 + x + 1}{(x+3)(x-1)^2} dx$
e) $\int \frac{x+4}{x^2+1} dx$	f) $\int \frac{x^2 + x + 2}{x^4 + 2x^2 + 1} dx$
g) $\int \frac{3x+2}{x^3 + 2x^2 - x - 2} dx$	h) $\int \frac{3x+5}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$

7. Resolver las siguientes integrales:

a) $\int \log(a^2 + x^2) dx$	b) $\int \frac{1 + \cos(x)}{\sin^2(x)} dx$	c) $\int \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}} dx$
d) $\int x \arctan(x) dx$	e) $\int \sin^3(x) dx$	f) $\int \frac{\sin^3(x)}{\cos^2(x)} dx$